In the subgraph-freeness problem, we are given a constant-sized graph H, and wish to determine whether the network graph contains H as a subgraph or not. Until now, the only lower bounds on subgraph-freeness known for the CONGEST model were for cycles of length greater than 3; here we extend and generalize the cycle lower bound, and obtain polynomial lower bounds for subgraph-freeness in the CONGEST model for two classes of subgraphs. The first class contains any graph obtained by starting from a 2-connected graph H for which we already know a lower bound, and replacing the vertices of H by arbitrary connected graphs. We show that the lower bound on H carries over to the new graph. The second class is constructed by starting from a cycle Ck of length k ≥ 4, and constructing a graph H ̃ from Ck by replacing each edge {i, (i + 1) mod k} of the cycle with a connected graph Hi, subject to some constraints on the graphs H\_{0},…, H\_{k−1}. In this case we obtain a polynomial lower bound for the new graph H ̃, depending on the size of the shortest cycle in H ̃ passing through the vertices of the original k-cycle.

部分グラフフリーネス問題では、一定サイズのグラフHが与えられ、ネットワークグラフに部分グラフとしてHが含まれているかどうかを判断したいと考えています。これまで、CONGESTモデルで知られているサブグラフの自由度の下限は、3を超える長さのサイクルの場合のみでした。

ここでは、サイクルの下限を拡張して一般化し、2つのクラスのサブグラフのCONGESTモデルでサブグラフの自由度の多項式の下限を取得します。

最初のクラスには、すでに下限がわかっている2連結グラフHから開始し、Hの頂点を任意の連結グラフに置き換えることによって得られるグラフが含まれます。Hの下限が新しいグラフに引き継がれることを示します。2番目のクラスは、長さk≥4のサイクルCkから開始し、グラフH\_ {0}、…、H\_ {k-1}にいくつかの制約を課しながらサイクルの各エッジ{i、j}を接続されたグラフHiに置き換えることにより、CkからグラフH̃を作成することによって作成されます。この場合、元のkサイクルの頂点を通過するH̃の最短サイクルのサイズに応じて、新しいグラフH̃の多項式の下限を取得します。